ЈУЖНОСЛОВЕНСКА АКАДЕМИЈА НЕЛИНЕАРНИХ НАУКА

Први колоквијум: **Нелинеарне науке – математичке основе**

Понедељак 2. новембар 2015, почетак у 10 часова
Математички институт САНУ
(Кнеза Михаила 36, **сала на првом спрату,** лифт са десне стране)

П Р О Г Р А М

10:00-10:40 Бошко Јовановић, **О неким трансмисионим проблемима за парцијалне диференцијалне једначине**

10:40-11:20 Александар Липковски, **Теорија катастрофа – математичке основе и примене у другим наукама**

11:20-12:00 Милан Дражић, **Хаотични и фрактални феномени код нумеричког решавања диференцијалних једначина**

П а у з а
12:00-12:30

12:30-13:10 Ливија Цветићанин, **Строго нелинеарне осцилације – аналитичка решења**

13:10-13:50 Владан Ђорђевић, **Приближне методе у решавању нелинеарних проблема**

А П С Т Р А К Т И

О НЕКИМ ТРАНСМИСИОНИМ ПРОБЛЕМИМА ЗА ПАРЦИЈАЛНЕ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНЕ ЈЕДНАЧИНЕ

Бошко Јовановић

Пренос енергије и/или масе је од фундаменталног значаја за многе физичке, хемијске, биолошке, индустријске и друге процесе. Такви процеси се најчешће математички описују парцијалним диференцијалним једначинама. Процеси који се одвијају у просторно ограниченој области и/или током коначног временског периода моделују се помоћу граничних, односно почетно-граничних проблема за парцијалне једначине чије решавање, поред саме једначине, захтева познавање додатних (почетних и/или граничних) услова. Различите карактеристике средине у којој се дати процес одвија описују се коефицијентима једначине. Тако се у случају хомогене (односно нехомогене) средине добијају једначине с константним (односно променљивим) коефицијентима.

У применама, нарочито у инжењерству, често се срећу слојевите или композитне структуре, при чему се особине појединих слојева могу значајно разликовати од особина околног материјала. Слојеви могу имати структурну, термичку, оптичку или електромагнетску улогу итд. Математичким моделовањем преноса енергије и масе у областима са слојевима добијају се тзв. трансмисиони проблеми. На границама слојева коефицијенти одговарајуће парцијалне једначине имају прекиде, што доводи до прекида („прелома“) решења (нпр. дифракција светлости). Понашање решења на таквим унутрашњим границама (интерфејсима) описује се различитим условима сагласности.

У овом раду ћемо се бавити трансмисионим проблемима чија су решења дефинисана у две строго раздвојене области (или више њих). Таква ситуација може настати ако је решење у међуобласти познато или се може добити решавањем једноставније једначине. Ефекат међуобласти моделује се помоћу нелокалних услова сагласности на границама посматраних (под)области. Водећи моделни пример таквог задатка јесте пренос топлоте зрачењем између два црна тела. У раду ће бити приказани неки примери трансмисионих проблема овог типа и доказана егзистенција и јединственост њихових решења. Биће речи и о нумеричким методама за њихово решавање.

КАТАСТРОФЕ И ТОМОВА КЛАСИФИКАЦИОНА ТЕОРЕМА

Александар Т. Липковски

Теорија катастрофа је математичка теорија развијена 70-тих година двадесетог века у радовима Кристофера Земана[1] и Рене Тома[2]. Она лежи на размеђи између опште математичке теорије бифуркација са једне стране, коју је први разматрао Анри Поенкаре[3] још крајем 19. века и теорије сингуларитета са друге стране, која је почела радовима Хаслера Витнија[4] а врхунац достигла у радовима руске школе Владимира Арнољда[5].

Теорија бифуркација описује нагле и драматичне промене стања проучаваног система (који може бити континуалан, дискретан или мешовит) приликом малих промена околности односно контролних параметара. Овакве промене су примећене веома давно, пре свега у природним наукама. Ако се проучавана појава описује динамичким системом који еволуира у времену, говоримо о катастрофи. Термин је понудио Рене Том.

С друге стране, проучавање и класификовање сингуларитета реалних функција довело је до спознаје да у изучавању појава оваквог типа кључну улогу има полиномијални део локалног развоја функције и на тај начин се цела теорија повезује са теоријом алгебарских сингуларитета.

Најпознатија теорема теорије катастрофа је такозвана класификациона Томова теорема. Њу не треба мешати са другим теоремама за које се везује Томово име, као што је теорема Долда и Тома из алгебарске топологије и многе друге.

О појави теорије катастрофа, Томовој класификационој теореми, као и применама ове теорије у природним и друштвеним наукама биће речи у овом кратком предавању.

[1] британски математичар, сер Erik Christopher Zeeman, 1925–
[2] француски математичар, René Frédéric Thom, 19232002
[3] француски математичар и физичар, Jules Henri Poincaré, 1854–1912
[4] амерички математичар, Hassler Whitney, 1907–1989
[5] совјетски и руски математичар, Владимир Игоревич Арнольд, 1937–2010

ХАОТИЧНИ И ФРАКТАЛНИ ФЕНОМЕНИ КОД НУМЕРИЧКОГ РЕШАВАЊА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА

Милан Дражић

У саопштењу ће бити речи о нумеричким методама за решавање Кошијевих задатака за обичне диференцијалне једначине. Након навођења добро познатих примера бифуркационих дијаграма, чудних атрактора и фракталних скупова, демонстрира се како се ови феномени јављају и при нумеричком решавању нелинеарних диференцијалних једначина. Као моделни пример узета је логистичка диференцијална једначина. Већина нумеричких метода за решавање ОДЈ испољава нумеричку нестабилност при већим корацима интеграције. Области нумеричке стабилности метода се у нумеричкој анализи одређују користећи линеарну хомогену диференцијалну једначину. Уколико се иста методологија примени на (нелинеарну) логистичку једначину, области стабилности добијају фракталне особине. Дијаграми области стабилности добијени нумеричким експериментима су приказани за неколико основних метода за интеграцију ОДЈ.

СТРОГО НЕЛИНЕАРНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ – АНАЛИТИЧКА РЕШЕЊА

Ливија Цветићанин

Као што је познато, многи проблеми у природи имају осцилаторни карактер и обично се описују нелинеарним диференцијалним једначинама. Уобичајено је да се ове једначине или линеаризују или да се усвоји да је нелинеарност мала. Познат је низ аналитичких метода решавања диференцијалних једначина са малом нелинеарности. Међутим, у већини случајева такав приступ проблему не даје задовољавајуће решење и не даје адекватан опис појава које се дешавају код реалног система. Ово предавање посвећено је осцилаторима код којих је нелинеарност велика. Биће приказане две аналитичке методе решавања строго нелинеарних једначина осцилаторног кретања: једна, која је заснован на тачном решењу диференцијалне једначине са строго нелинеарним чланом облика монома чији је ред ма који позитиван рационалан број већи од један, и други где се при решавању користи тачна вредност амплитуде и фреквенције осциловања непоремећеног строго нелинеарног осцилатора. Методе су примењене на решавање осцилатора са вискозним трењем, Ван дер Половог осцилатора као и осцилатора са споро променљивом масом. На основу аналитичких решења дато је објашњење кретања и појава у систему. Решење добијено за систем са једним степеном слободе кретања примењено је на решавање система спрегнутих диференцијалних једначина осцилатора са два степена слободе кретања. Показано је да се применом ове методе добијају знатно тачнија решења него методама које су засноване на решењу линеаризоване диференцијалне једначине. Најзад, биће приказане и уздужне осцилације греде направљене од материјала чији је реолошки модел строго нелинеарна функција деформације. Строго нелинеарна диференцијална једначина је решавана аналитички и одређена је главна фреквенција осциловања као функција почетних и граничних услова.

ПРИБЛИЖНЕ МЕТОДЕ У РЕШАВАЊУ НЕЛИНЕАРНИХ ПРОБЛЕМА

Владан Д. Ђорђевић

Број аналитички тачних решења појединих нелинеарних једначина којима се описује динамичко понашање многобројних природних феномена ни издалека не задовољава наше потребе. Поред аналитички тачних решења неопходно је развијати и оне математичке методе које омогућавају добијање приближних, а практично употребљивих решења нелинеарних једначина којима се ти феномени описују.

Предавање ће бити посвећено управо оним најважнијим методама које се данас у ту сврху користе, а које се обично једним именом називају **пертурбационим методама**. Ове методе подразумевају присуство малог параметра у једначинама којима се проблеми описују. Њихова примена биће демонстрирана на примерима алгебарских и трансцендентних једначина, обичних диференцијалних једначина, парцијалних диференцијалних једначина, интегралних једначина ... Поступци ће бити **регуларни** и **сингуларни**, а проблеми ће бити типа **граничног слоја**, **вишеструких размера**, и сл. Потпуности ради биће укратко приказане и неке методе које се могу користити само код решавања линеарних проблема (WKB метода).